“er schläft fast”

Entwurf einer Semantik zur Reformulierung eines vagen alltagsprachlichen Ausdrucks

Philipp Hofmann (1001243)

2003-05-12

Problemstellung

In diesem Text geht es darum die Semantik einer Logik zu formulieren mit der es möglich ist den umgangsprachlichen Ausdruck “er schläft fast” zu reformulieren.

“Schlafen” ist eine vages Zustandsverb.

Das Verb “schlafen” beschreibt einen Zustand, um sich von anderen unverträglichen Zustanden abzugrenzen. Wer schläft kann nicht gleichzeitig wachen, wer wacht kann nicht gleichzeitig schlafen. Vage ist diese Beschreibung des Zustands insofern, da wach nicht mit nicht-schlaffend und schlaffend nicht mit nicht-wach gleichgesetzt werden kann. Wäre dies möglich, wäre also wach gleichbedeutend mit nicht-schlafend und schlafend gleichbedeutend mit nicht-wach, dann ergaebe sich daraus ein tertium non datur. Das Verb waere somit nicht vage un ließe sich mit der klassenischen zweiwertigen Logik einfach reformulieren. Dass es sich jedoch um ein vages Praedikat handelt laesst leicht verdeutlichen an dem Übergang zwischen Wachen und Schlafen. Es entspricht nicht unserer Intuition (und weniger noch der Wissenschaft) den Übergang zwischen Wachen und Schlafen als einen ploetzlichen und abrupten anzunhemen. Die klassische zweiwertige Logik wird einen solchen abrupten Uebergnag annehmen müssen, denn im Rahmen dieser muss es möglich sein zu jedem Zeitpunkt der Betrachtung den Zustand des Wachens oder Schlafens eindeutig zu bestimmen. Es ist jedoch viel plausibler in diesem Zusammenhang von einem Prozeß auszugehen: dem Prozeß des Einschlafens. Und so mag es zwischen dem Wachen und Schlafen einen Zustand geben, der weder Wachen ist noch Schlafen – ein Zustand in dem wir jedenfalls nicht mehr bereit sind einer einschlaffenden Person den Zustand der Wachheit anzuerkennen, wir aber auch sicher sind, dass sie noch nicht wirklich schläft. In diesem Sinne ist die Zstandsbeschreibung “schlafen” vage.

Dies heisst, dass die Semantik der klassischen Aussagenlogik hier unzureichend sein muss, da ihr tertium non datur letzlich nur zwischen Schlaf (also Nicht-Wachen) und Wachen (also Nicht-Schlaf) unterscheiden kann.

Lösungsansatz

Das Einführen eines ditten Wahrheitswertes ˜, der jenen Zustand zwischen Wachen und Schlafen beschreibt, scheint daher vielversprechend.

Um nun mittels Supervaluationslogik auch jenen zunächst unbestimmten Fällen einen von unbestimmt verschiedenen Wahrheitswert zuzuweisen, ist es zweckdienlich eine Skala anzunhemen, auf der durch schwache Ordnungen die Zustände aufgetragen werden. Auf dieser Skala wird es zwei Grenzen geben. Die Grenze τ^- markiert den Wert auf der Skala bis zu dem wir vom Zustand absoluten Wachens aus eine Aussage "x wacht" akzeptieren werden. Die Grenze τ^+ markiert dagegen jenen Wert bis zu dem wir vom Zustand absoluten Schlafs aus eine Aussage "x schläft" akzeptieren werden.

In welchem Verhältnis sich diese zwei Grenzen zueinanderbefinden wirkt sich massgeblich auf die Semantik einer Logik aus die dieses Problem behandeln soll.

- Im wohl plausibelsten Fall gilt $\tau^- < \tau^+$. Diese Konstellation impliziert die Phase eines Halbschlafs, als Übergang vom Wachen zum Schlafen.
- $\tau^- = \tau^+$ entspricht der kalssischen zweiwertigen Logik, die auf dieses Problem nicht angwendet werden kann.
- Während ein Fall in dem $\tau^+ < \tau^-$ ganz neue logische Probleme aufwirft, den selbst den hier verfolgten Ansatz schnell in eine logische Krise stürzen muss, da er die Möglichkeit eines Zustand eröffnet in dem sowohl "Wachen" als auch "Schlafen" gleichzeitig zutreffende Prädikate sind.

Es soll im Folgenden also angenommen werden, dass $\tau^- < \tau^+$ gilt und es somit die erwähnte Phase des Halbschlafes gibt.

Mit dem Zusatz "fast" erhält die Aussage "er schläft fast" eine nähere Spezifizierung innerhalb der Phase des Halbschlafs. Die nächste Überlegung ist also wo auf der Skala eine neue Grenze σ liegen muss, die den Zustand des Fastschlafens eingrenzen kann.

Die Klärung dieser Frage bleibt obliegt wohl demjenigen, der die Bedeutung des Wortes "fast" auslegt. "fast" kann heißen, dass die Hälfte der Phase des Einschlafens bereits überschritten ist, also mehr Schlaf als Nichtschlaf angenommen werden kann. "fast" kann allerdings auch heißen, dass der Zustand nur einen sehr kleinen Abstand zum eigentlich Zustand des Schlafens haben darf. Die Bestimmung von σ Besteht im klären dieser Frage.

Die Tatsache, dass in der Aussage jedoch das Wort "schläft" benutzt wird suggeriert bereits, das der beschrieben Zustand weniger mit Wachen als mit Schlafen zu tun haben muss, und somit σ deutlich näher an τ^+ liegen wird.

Definition

- Domain D (enthält Elemente / Objekte / Entitäten der Welt)
- Ordnungsoperatoren schwacher Ordnung $[\leq_s, =_s, <_s]$
- Skala (Menge der Äquivalenzklassen) Σ_s
- Funktion (Welt $\rightarrow$ Skala) μ

Bedingungen

- $\leq_s, <_s \subseteq D \times D$ (Teilmengen des kartesischen Produkts)
- $=_s$ ist eine Partition von D
- Σ_s ist Skala (Äquivalenzklassen durch $=_s$)
- μ Funktion $D \Rightarrow \Sigma_s$

Semantik

Allgemeiner Fall

g : Wenn $\alpha = \beta(\gamma)$, $\beta = \delta$, $\gamma \in IV$, $\sigma \leq 1/2(\tau^{+} - \tau^{-})$ so ist

- $g(\alpha) = 1$ gdw. $\tau^{-} + \sigma < \delta < \tau^{+}$
- $g(\alpha) = 0$ gdw. $\tau^{-} < \delta < \tau^{-} + \sigma$
- $g(\alpha) =$˜gdw. $\delta = \tau^{-} + \sigma$

Spezieller Fall

Für den speziellen Fall $\sigma = \tau^{-} + 1/2(\tau^{+} - \tau^{-})$
g : Wenn $\alpha = \beta(\gamma)$, $\beta = \delta$, $\gamma \in IV$, $\sigma = \tau^{-} + 1/2(\tau^{+} - \tau^{-})$ so ist

- $g(\alpha) = 1$ gdw. $\sigma < \delta < \tau^{+}$
- $g(\alpha) = 0$ gdw. $\tau^{-} < \delta < \sigma$
- $g(\alpha) =$˜gdw. $\delta = \sigma$

Aussicht

Der Zustand des Fastschlafens kann als eine Wanderung an der Grenze zwischen Schlaf und Halbschlaf interpretiert werden. Da der Zustand des Einschlafens bei dem eine Halbschlafphase zwangsläufig durchschritten werden muss nicht notwendigerweise einer linearer Prozess ist, kann es vielversprechend sein zu dem Zwecke einer Semantik zunächts den Begriff der Zeit logisch zu definieren.

Der folgende Entwurf einer Semantik für einen logischen Zeitbegriff ist im Wesentlichen ein Vorlesungsmitschrieb.

$\prec T, <\succ$

- $\forall t \in T : \exists t' : t' < t$ und $\exists t'' : t < t''$ (Unabgeschlossenheit)
- $\forall t, t', t'' \in T$: Wenn $t < t'$ und $t' < t''$ dann $t < t''$ (Transitivität)
- $\forall t \in T$: nicht $t < t$
- $\forall t, t' \in T : \exists t'' \in T : t < t'' < t'$ (Dichtheit)
- $\forall t, t' \in T : t < t'$ oder $t' < t$ oder $t = t'$

- $\bar{t} \in \bar{T}$ ist eine Teilmenge von T
- $\bar{T}$ Menge der Intervalle auf T
- $\bar{t}$ ist konvex

- $\bar{t} < \bar{t}'$ gdw. $\exists t \in \bar{t}$ so dass $\forall t' \in \bar{t}'$ gilt $t < t'$
- $\bar{t} \lhd \bar{t}'$ gdw. $\forall t \in \bar{t}$ und $\forall t' \in \bar{t}'$ gilt $t \lhd t'$
- geschl. Intervall t_1, t_2
- $[t_1, t_2]$ Menge von Zeitpunkten $\bar{t}$ so dass gilt alle t mit $t_1 \leq t \leq t_2 \in \bar{t}$